

# 比較静学分析による環境クズネツツ曲線の検討

—— N.L.ストーキーとC.リープのモデルにより ——

森 岡 洋

## はじめに

現在格差社会の到来ということで所得の不平等が問題になっているが、S.クズネツツは [4] において一人当たりの国民所得が増加するにつれて最初は所得の不平等化が進むが、やがて所得の不平等が改善される転換点があると述べ、この一人当たりの国民所得と所得の不平等の関係はクズネツツ曲線と呼ばれている。環境問題についても経済発展に伴い二酸化炭素濃度の上昇による地球温暖化など21世紀中に解決しなければならないきわめて深刻な問題をかかえている。他方でG.M.グロスマンとA.B.クルーガーは [2] と [3] において一人当たりのGDPが増加するにつれて都市の空気中の二酸化イオウや煤煙、河川の大腸菌などの環境水準が最初悪化するが、やがて改善される転換点があることを実証的に明らかにした。現在一人当たりの国民所得と環境水準のこの関係は環境クズネツツ曲線と呼ばれている。この環境クズネツツ曲線は実証分析により得られた結果であるが、その後この曲線は経済学で理論的に分析されている。

この環境クズネツツ曲線の現象の発生の要因としては、まず先進国が生産過程において汚染を大量に排出する産業を発展途上国に移転し、自国には汚染をあまり排出しない産業のみ残すことが考えられる。このこと以外に技術進歩により汚染除去の効率化が実現されること、また人々の欲求が消費の拡大よりもむしろ快適な生活環境の保全に移り、政策当局も環境保全のために汚染排出規制を強化することなどが考えられる。本稿ではこの人々の消費から環境保全への効用のウェイトの変化と汚染除去の効率化ということに焦点を当て、経済学での比較静学分析により環境クズネツツ曲線発生のメカニズムを分析する。

そこでまず第1節ではこの環境クズネツツ曲線についての分析の代表的な研究であるN.L.ストーキーの分析とはどのようなものであるかを示す。そして第2節でのC.リープの分析との関係が明確になるように、N.L.ストーキーのモデルを修正してみる。第2節ではN.L.ストーキーの分析を発展させたC.リープの分析とはどのようなものであるかを示す。これらN.L.ストーキーとC.リープの二つの分析は家計の消費からの限界効用の低下に主として着目したものである。第3節では汚染削減の効率化が実現された場合、家計の効用を最大にする最適な汚染と消費の水準にどのように影響を及ぼすか、また環境クズネツツ曲線がどのように変化するかを明らかにしてみる。

## I N.L.ストーキーのモデルでの環境クズネツ曲線

N.L.ストーキーの[7]でのモデルでは1人当りの潜在生産物 (potential output) と、1人当りの現実の生産物 (actual output) を使いミクロ経済学的に分析しているが、汚染問題はむしろマクロ経済学的問題であるので、ここではマクロ経済学的に分析する。このため、1人当りの潜在生産物と1人当りの現実の生産物に代え一国全体の潜在生産物 $y$ と一国全体の現実の生産物を扱う。またN.L.ストーキーは代表的家計の効用を政策当局が最大にする問題として分析しているが、本稿ではすべての家計は同じ行動をし、その代表的家計を集計した家計を考え、政策当局がこの家計の効用を最大化するものと仮定する。このようなマクロ経済学的分析方法に変えても、N.L.ストーキーの主張の趣旨とは異なるものにはならない。また、第2節および第3節でもこのマクロ経済学的分析方法を使う。

N.L.ストーキーのモデルのここでの分析の特徴の一つは潜在生産物 $y$ という概念が使われていることであり、これは最大限可能な生産物ということである。この潜在生産物はある時点では所与のものであるとし、時点が変わると変化するものと考えるが、この潜在生産物はどのようにすれば変化するかということは考えない。ただその変化のみを考えるという比較静学による分析方法をここでは扱い、この潜在生産物の変化と家計の効用が最大となる最適な汚染の関係を分析する。

現実の生産物を $C$ と定め、この現実の生産物は消費 $C$ にのみ使われる仮定する。この現実の生産物と潜在生産物の間の関係を (1.1) で定める。

$$C = yz \quad (1.1)$$

現実の生産物の決定は $z$ に依存することになり、 $z$ は使われる技術の指標 (an index of the technology used) であり、 $0 \leq z \leq 1$  である。 $z$ を0から1に近づけると、現実の生産物は増加し潜在生産物 $y$ に近づくことになる。また、この $z$ を1に近づけると汚染 $P$ も増加し、この汚染関数を (1.2) によって示す。

$$P = y\phi(z) \quad \phi(z) = z^\beta, \beta > 1 \quad (1.2)$$

この $\phi(z)$ は次の (1.3) および (1.4) の性質を持っていると仮定する<sup>(1)</sup>。

$$\phi(0) = 0, 0 < \phi(z) < 1 (0 < z < 1), \phi(1) = 1 \quad (1.3)$$

$$\phi'(0) = 0, 0 < \phi'(z) < \infty (0 < z < 1), \phi'(1) = \beta < \infty, \phi''(z) > 0 (0 \leq z \leq 1) \quad (1.4)$$

(1.2)、(1.3) および (1.4) から $z$ が増加するにつれて、現実の生産物は増加するが汚染も増加し、その増加の程度は増すと考える。つまり、現実の生産物が増加するにつれて環境に良くない技術が使われ、潜在生産物に等しくなると、最も汚染量の大きな環境に良くない技術が使われる。汚染 $P$ も潜在生産物 $y$ に等しくなる。

ここで、現実の生産物は家計の消費のみに使われるので $C$ と書き、この消費が家計の効用関数の中に入ってくる。この家計の効用関数の中に汚染 $P$ も入り、この汚染は家計にとって不効用になる。この家計の効用関数 $U(C, P)$ は (1.5) になるものとする。

$$U(C, P) = V(C) - H(P) \quad (1.5)$$

$V(C)$ は家計の消費からの効用関数であり、 $H(C)$ は家計の汚染による不効用関数である。消費からの効用関数は（1.6）であり、（1.7）の性質を持ち狭義の凹関数であると仮定する。

$$V(C) = \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \sigma > 0, \text{ただし } \sigma \neq 1 \quad (1.6)$$

$$V_C = C^{-\sigma} > 0, \lim_{C \rightarrow 0} V_C = \infty, V_{CC} = -\sigma C^{-\sigma-1} < 0 \quad (1.7)$$

家計の汚染による不効用関数 $H(C)$ は（1.8）になり、（1.9）の性質を持ち狭義の凸関数である仮定する。

$$H(P) = \frac{BP^\gamma}{\gamma} \quad \gamma > 1, B > 0 \quad (1.8)$$

$$H(P) \geq 0, H_P = BP^{\gamma-1} > 0, \lim_{P \rightarrow 0} H_P = 0, H_{PP} = (\gamma-1)BP^{\gamma-2} > 0 \quad (1.9)$$

（1.6）の家計の消費からの効用関数 $V(C)$ と（1.8）の家計の汚染による不効用関数を（1.5）の家計の効用関数に代入すると（1.10）になる。

$$U(C, P) = \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{BP^\gamma}{\gamma} \quad (1.10)$$

（1.5）の家計の効用関数の消費 $C$ に（1.1）を、そして汚染 $P$ に（1.2）を代入すると（1.11）になる。

$$U(C(z), P(z)) = V(yz) - H(y\phi(z)) \quad (1.11)$$

（1.2）の汚染関数を（1.12）で示す。

$$P = yz^\beta \quad (1.12)$$

この（1.12）と（1.1）を（1.10）の家計の効用関数に代入すると（1.13）になる。

$$U(C(z), P(z)) = \frac{(yz)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{B(yz^\beta)^\gamma}{\gamma} \quad (1.13)$$

政策当局にとっての課題は（1.11）あるいは（1.13）での家計の効用を最大にすることであり、その最大化を行う政策の手段は技術の指標 $z$ であるとする。 $z$ は $0 < z < 1$ の間にあり、 $z$ を1に近づけるにつれて現実の生産物が増加し、その生産物によって得られる消費 $C$ が増加するが、汚染 $P$ も増加する。政策当局は $z$ により（1.11）を最大にすると、（1.14）と（1.15）を得る。

$$\text{もし } V'(yz) \geq H'(y\phi(z))\phi'(z) \text{ ならば、 } z = 1 \quad (1.14)$$

$$\text{もし } V'(yz) = H'(y\phi(z))\phi'(z) \text{ ならば、 } 0 < z < 1 \quad (1.15)$$

$z$ は所与の潜在生産物 $y$ の下での最適な技術の指標であり、 $z > 0$ になるものと仮定する<sup>(2)</sup>。この家計の効用を最大にする最適な $z$ を以後 $z^*$ で示す。

次に家計の効用が最大となる必要条件である（1.14）と（1.15）が経済的に意味することを

考えてみる。このためにまず (1.15) に (1.1) と (1.2) を代入すると (1.16) になる<sup>(3)</sup>。

$$\frac{V_c(C)}{H_p(P)} = \phi_z(z) \quad (1.16)$$

(1.5) で家計の効用を同じ水準に維持する消費  $C$  と汚染  $P$  の関係は、 $dU = V_c dC - H_p dP = 0$  であるので (1.17) になり、この関係を限界代替率  $MRS$  と呼ぶ。(1.17) の右辺は (1.16) の左辺に等しい。

$$\frac{dP}{dC} = \frac{V_c(C)}{H_p(P)} \quad (1.17)$$

また所与の潜在生産物  $y$  において (1.1) から  $dz = dC/y$  になり、(1.2) から  $dP = y \phi_z(z) dz$  になる。これら二つの式から  $dP = y \phi_z(z) (dC/y)$  になるので、(1.16) の右辺の  $\phi_z(z)$  は (1.18) になる。この (1.18) は所与の潜在生産物  $y$  での消費  $C$  の増加と汚染  $P$  の増加の関係を示し、これを限界変換率とよび以後  $mrt$  で示す。

$$\phi_z(z) = \frac{1}{y} \frac{dP}{dz} = \frac{dP}{dC} \quad (1.18)$$

(1.17) と (1.18) を (1.16) に代入すると (1.19) になり、(1.15) は限界代替率  $MRS$  が限界変換率  $mrt$  に等しいことを示している。

$$\frac{dP}{dC} = \frac{V_c(C)}{H_p(P)} = \phi_z(z) = \frac{dP}{dC} \quad (1.19)$$

(1.14) は同様に (1.20) になり、限界代替率  $MRS$  が限界変換率  $mrt$  より大きいことを示している。

$$\frac{dP}{dC} = \frac{V_c(C)}{H_p(P)} \geq \phi_z(z) = \frac{dP}{dC} \quad (1.20)$$

また (1.14) の場合には政策当局が  $z$  を増加させると家計の効用が増加し続け、消費からの限界効用が汚染からの限界不効用よりも大きく、 $z^* = 1$  となり潜在生産物と消費が等しく境界解 (corner solution) になっている。他方、(1.15) の場合には政策当局が  $z$  を増加させていったとき、家計の限界効用がゼロ ( $dU/dz = 0$ ) となり、この効用を最大にする  $z^*$  では消費からの限界効用が汚染による限界不効用に等しい。この  $z^*$  は  $0 < z^* < 1$  にあり消費は潜在生産物よりも小さく内点解 (interior solution) になっている<sup>(4)</sup>。

これまでは潜在生産物  $y$  を所与のものとして扱ってきたが、 $y$  を増加させて比較静学分析を行う。(1.7) の消費からの効用関数の性質と (1.9) の汚染による不効用関数の性質から、 $z^*$  が 1 であるとき  $y$  が増加すると、(1.14) の不等式は (1.15) の等式に変わる。この不等式から等式に変わる潜在生産物  $y$  を  $\hat{y}$  とすると、 $y$  が  $\hat{y}$  を超えると  $z^*$  も  $z = 1$  から  $0 < z^* < 1$  に変わり、境界解は内点解になる<sup>(5)</sup>。

$$y \leq \hat{y} \text{ のとき } z^* = 1 \quad y > \hat{y} \text{ のとき } 0 < z^* < 1 \quad (1.21)$$

潜在生産物が  $y \geq \hat{y}$  のときに政策当局が  $z$  により (1.13) の家計の効用を最大にすると消費か

らの限界効用と汚染からの限界不効用が等しく (1.22) を得る。

$$(yz)^{-\sigma} = B(yz^{\beta})^{\gamma-1} \beta z^{\beta-1} \quad (1.22)$$

この (1.22) から  $z^*$  を求めると (1.23) になる。  $\beta > 1$ 、 $\gamma > 1$ 、 $\sigma > 0$  であるので、 $0 < \mu < 1$  になる。

$$z^* = \left( \frac{\hat{y}}{y} \right)^{\mu} \quad \text{ここで} \quad \hat{y} = (B\beta)^{-1/(\sigma+\gamma-1)}, \mu = \frac{\sigma+\gamma-1}{\sigma+\beta\gamma-1} \quad (1.23)$$

(1.23) において、 $y$  が  $\hat{y}$  に等しいとき、 $z^* = 1$  となる。

家計の効用が最大となる最適な消費を  $C^*$  で示しそして最適な汚染を  $P^*$  で示す。 (1.21) で  $y \leq \hat{y}$  のときには  $z^* = 1$  であるので、最適な消費  $C^*$  と最適な汚染  $P^*$  は (1.1) と (1.12) より  $C^* = y$  および  $P^* = y$  となりそれぞれ潜在生産物  $y$  に等しくなる。

$y > \hat{y}$  のときには (1.23) の  $z^*$  を  $y$  で微分すると (1.24) となり、潜在生産物が増加すると  $z^*$  は低下することになる。

$$\frac{dz^*}{dy} = \mu \left( \frac{\hat{y}}{y} \right)^{\mu-1} \left( -\frac{\hat{y}}{y^2} \right) < 0 \quad (1.24)$$

最適な消費  $C^*$  は (1.23) を (1.1) に代入すると (1.25) を得、また (1.23) から (1.26) を得る。

$$C^* = \hat{y}^{\mu} y^{1-\mu} \quad (1.25)$$

$$C^* = (B\beta)^{\frac{-1}{\sigma+\beta\gamma-1}} y^{\frac{(\beta-1)\gamma}{\sigma+\beta\gamma-1}} \quad (1.26)$$

また、最適な汚染  $P^*$  は (1.23) を (1.12) に代入すると (1.27) を得、また (1.23) から (1.28) を得る。

$$P^* = \hat{y}^{\beta\mu} y^{1-\beta\mu} \quad (1.27)$$

$$P^* = (B\beta)^{\frac{-\beta}{\sigma+\beta\gamma-1}} y^{\frac{(\sigma-1)(1-\beta)}{\sigma+\beta\gamma-1}} \quad (1.28)$$

$0 < z^* < 1$  となり内点解を得る場合に (1.27) において潜在生産物  $y$  が増加したとき最適な汚染  $P^*$  がどのように変化するかを示すために、(1.27) の  $P^*$  を  $y$  で微分すると (1.29) になる。

$$\frac{dP^*}{dy} = \frac{(\sigma-1)(1-\beta)}{\sigma+\beta\gamma-1} \hat{y}^{\beta\mu} y^{-\beta\mu} \quad (1.29)$$

(1.29) において、 $\sigma > 0$ 、 $\beta > 1$ 、 $\gamma > 1$  であるので  $\sigma \neq 1$  とすると、 $\sigma$  について  $dP^*/dy$  は次の二つの場合になる。

$$\sigma > 1 \text{ のとき } \frac{dP^*}{dy} < 0 \quad \sigma < 1 \text{ のとき } \frac{dP^*}{dy} > 0 \quad (1.30)$$

家計の消費からの効用関数  $V(C)$  が (1.6) のとき、限界効用の消費弾力性  $\eta$  を求めると (1.31) で示され  $\sigma$  になる。弾力性が大きいほど右下がりの限界効用の曲線の傾斜がきつくなる。この限界効用の曲線の傾斜がきついということは消費が増加するにつれて消費からの限界

効用が大きく低下することを意味している。

$$\eta = -\frac{V_{cc}C}{V_c} = \sigma \quad (1.31)$$

このことから (1.30) は (1.32) になる。

$$\eta > 1 \text{ のとき } \frac{dP^*}{dy} < 0 \quad \eta < 1 \text{ のとき } \frac{dP^*}{dy} > 0 \quad (1.32)$$

つまり、これまでパラメーターとして扱われている所与の潜在生産物 $y$ について、内点解では限界効用の消費弾力性が1より大きいときには潜在生産物が増加すると最適な汚染 $P^*$ は低下し、逆にその限界効用の消費弾力性が1より小さいときには $P^*$ は増加することになる。潜在生産物 $y$ が増加するにつれて、汚染 $P$ が減少するという環境クズネッツ曲線の現象が生じるのは $\sigma > 1$ のときであり、それは限界効用の消費弾力性が1より大きいときである<sup>(6)</sup>。

(1.32) において限界効用の消費弾力性が1よりも大きいということは消費が増加するにつれて、消費から得られる限界効用は大きく減少する。(1.13)での家計の効用を増加させるためには、右辺の第1項の消費からの効用を増加させるよりもむしろその第2項の汚染による不効用を減らす方が家計の効用を高めることになる。このため限界効用の消費弾力性が1よりも大きいときには、政策当局は環境に良い技術 $z^*$ を選び現実の生産物を押さえ、排出される汚染を小さくして、汚染による不効用を高めないようにすることになる。このことから環境クズネッツ曲線の現象が生じるのである。

逆に (1.32) において限界効用の消費弾力性が1よりも小さいときには、消費が増加してもその限界効用はあまり低下せず、現実の生産物を押さえ汚染の排出を小さくするよりもむしろ現実の生産物を増加させて消費からの効用を増加させることになる。

このN.L.ストーキーのこれまでの分析での消費と汚染の関係をより明確にし、第2節以後の分析と関連づけるために、数式を変換してみる。(1.12)の汚染関数に(1.1)を代入し、現実の生産物である消費 $C$ と汚染 $P$ を(1.33)のように示す。

$$P = y^{1-\beta} C^\beta, \beta > 1 \quad (1.33)$$

(1.5)の効用関数に(1.33)を代入すると(1.34)の効用関数になり、家計の効用関数は消費 $C$ の関数になる。さらに(1.10)の効用関数に(1.33)を代入すると家計の効用関数は(1.35)となる。

$$U(C) = V(C) - H(P(C)) \quad (1.34)$$

$$U(C) = \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{B}{\gamma} (y^{1-\beta} C^\beta)^\gamma \quad (1.35)$$

(1.33)において潜在生産物 $y$ は所与となっているので、汚染 $P$ と消費 $C$ の間には(1.36)の関係になり、消費を増加させると汚染も増加する。

$$P_c = \beta y^{1-\beta} C^{\beta-1} > 0 \quad (1.36)$$

(1.34)での消費からの効用関数 $V(C)$ は(1.7)より $V_c > 0$ であり、不効用関数 $H(C)$ は

(1.35) の右辺の第2項であるので、消費を増加させると不効用が増加する。

$$H_c = B\beta y^{(1-\beta)\gamma} C^{\beta\gamma-1} > 0 \quad (1.37)$$

政策当局は (1.35) の家計の効用を消費  $C$  により最大にすることを考える。(1.35) を消費で微分するとその第1次微分は (1.38) になり第2次微分は (1.39) になる。

$$\frac{dU}{dC} = C^{-\sigma} - B\beta y^{(1-\beta)\gamma} C^{\beta\gamma-1} \quad (1.38)$$

$$\frac{d^2U}{dC^2} = -\sigma C^{-\sigma-1} - B\beta(\beta\gamma-1)y^{(1-\beta)\gamma} C^{\beta\gamma-2} < 0 \quad (1.39)$$

ここで政策当局が消費  $C$  を増加させたとき家計の効用が増加し続け、 $dU/dC > 0$  のままである場合には消費は潜在生産物に等しく  $C^* = y$  になり境界解となり、前述の  $z^* = 1$  の場合になる。だが、消費を増加させたとき、最初  $dU/dC > 0$  であるが、潜在生産物に等しくなる前に  $dU/dC = 0$  となる場合には内点解になる。ここでは  $0 < z^* < 1$  の内点解を得ることのできる場合のみを扱う。

(1.35) の家計の効用  $U$  を消費により最大にすると (1.40) になり、その最適な消費  $C^*$  は (1.41) と (1.42) になり、(1.41) は (1.26) と (1.42) は (1.25) とそれぞれ同じになる。

$$\frac{dU}{dC} = C^{-\sigma} - B\beta y^{(1-\beta)\gamma} C^{\beta\gamma-1} = 0 \quad (1.40)$$

$$C^* = (B\beta)^{\frac{-1}{\sigma+\beta\gamma-1}} y^{\frac{(\beta-1)\gamma}{\sigma+\beta\gamma-1}} \quad (1.41)$$

$$C^* = \hat{y}^\mu y^{1-\mu} \quad (1.42)$$

この (1.41) と (1.42) の最適な消費  $C^*$  を (1.33) の汚染関数に代入すると、最適な汚染  $P^*$  は (1.43) と (1.44) になり、(1.28) と (1.27) に同じになる。

$$P^* = (B\beta)^{\frac{-\beta}{\sigma+\beta\gamma-1}} y^{\frac{(\sigma-1)(1-\beta)}{\sigma+\beta\gamma-1}} \quad (1.43)$$

$$P^* = \hat{y}^{\beta\mu} y^{1-\beta\mu} \quad (1.44)$$

潜在生産物  $y$  をここまでは所与であるとみなしてきたが、比較静学分析により、この潜在生産物が増加した場合に最適な汚染  $P^*$  がどのように変化するかを見るために、(1.43) を潜在生産物  $y$  で微分すると (1.45) になる。

$$\frac{dP^*}{dy} = \frac{(\sigma-1)(1-\beta)}{\sigma+\beta\gamma-1} (B\beta)^{\frac{-\beta}{\sigma+\beta\gamma-1}} y^{\frac{-\beta\sigma-\beta\gamma+\beta}{\sigma+\beta\gamma-1}} \quad (1.45)$$

(1.45) において、 $\sigma + \beta\gamma - 1 > 0$  と  $1 - \beta < 0$  であるので、(1.30) と同じ関係になる (1.46) を得る。

$$\sigma > 1 \text{ のとき } \frac{dP^*}{dy} < 0 \quad \sigma < 1 \text{ のとき } \frac{dP^*}{dy} > 0 \quad (1.46)$$

本稿で問題にしている潜在生産物  $y$  が増加するにつれて、汚染  $P$  が減少するという環境クズネツツ曲線の現象が生じるのは  $\sigma > 1$  のときであり、それは家計の限界効用の消費弾力性が1

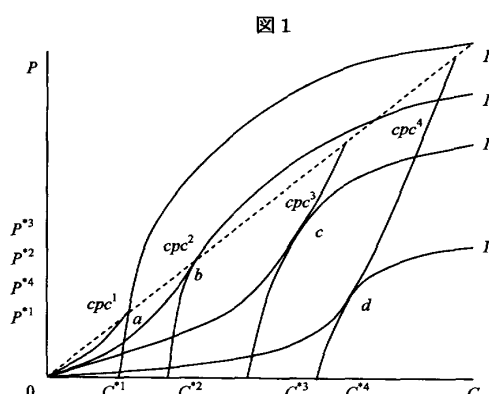
より大きいときである。

次にこの家計の効用最大化と汚染水準  $P$  の問題を図 1 によって考える。横軸に消費  $C$  をとり、縦軸に汚染  $P$  をとっている。(1.33) の汚染関数は所与の潜在生産物での消費とその消費から発生する汚染の関係を示しているが、ここではむしろ所与の潜在生産物  $y$  とある一定の汚染  $P$  での可能な消費  $C$  と解釈して、この汚染関数から得られる消費可能性曲線を  $cpc$  で示す。この汚染関数の消費  $C$  による第 1 次微分と第 2 次微分を求めると (1.47) になり、消費可能性曲線は右上がりの曲線になっている。この第 1 次微分は所与の潜在生産物での消費の増加に対応する汚染の増加であり、限界変換率  $mrt$  になる。

$$P_C = \beta y^{1-\beta} C^{\beta-1} > 0 \quad P_{CC} = \beta(\beta-1)y^{1-\beta} C^{\beta-2} > 0 \quad (1.47)$$

(1.33) の汚染関数から消費がゼロであると汚染もゼロであり、 $cpc$  の左下端は原点にある。潜在生産物  $y$  が増加すると、その汚染関数の潜在生産物による第 1 次微分は (1.48) になり負となるので、 $cpc$  は下に移動する。潜在生産物が  $y^1$  のときは消費可能性曲線は  $cpc^1$  であるが、潜在生産物が増加し  $y^2$  になると  $cpc^2$  となり、さらに大きな  $y^3, y^4$  に対応して  $cpc^3, cpc^4$  になる。

$$P_y = (1-\beta)y^{-\beta} C^{\beta} < 0 \quad (1.48)$$



また、(1.35) の家計の効用関数において効用水準を一定にし、(1.33) を代入すると (1.49) になり、同一の効用水準を示す無差別曲線の式を得る。ここで  $\bar{U}$  は一定の効用水準を示している。(1.35) の効用関数において、消費が大きいほどまた汚染が小さいほど効用水準は大きいので、右下にある無差別曲線ほど効用水準が大きい。効用水準  $U^1 < U^2 < U^3 < U^4$  に対応して無差別曲線は  $I^1, I^2, I^3, I^4$  になっている。

$$P = \left( \frac{\gamma}{B} \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{\gamma}{B} \bar{U} \right)^{1/\gamma} \quad (1.49)$$

無差別曲線を示す (1.49) の消費による第 1 次微分と第 2 次微分は (1.50) と (1.51) になる。

$$P_C = \frac{1}{B} \left( \frac{\gamma}{B} \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{\gamma}{B} \bar{U} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1} C^{-\sigma} > 0 \quad (1.50)$$



$$P_{cc} = \frac{1-\gamma}{B^2} \left( \frac{\gamma}{B} \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} - \frac{\gamma}{B} \bar{U} \right)^{\frac{1}{\gamma}-2} C^{-2\sigma} - \frac{\sigma}{B} \left( \frac{\gamma}{B} \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} - \frac{\gamma}{B} \bar{U} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1} C^{-\sigma-1} < 0 \quad (1.51)$$

家計の効用を政策当局が最大にすることは所与の潜在生産物 $y$ において原点から消費可能性曲線 $cpc$ 上を右上に動くとき、できる限り効用水準の大きい無差別曲線に到達することを意味する。潜在生産物が $y^1$ と小さいときには消費可能性曲線 $cpc^1$ と無差別曲線 $I^1$ は点aで交わり、限界代替率 $MRS$ は限界変換率 $mrt$ より大きい。この点aでは家計の効用を最大にする解は境界解になり、最適な消費 $C^1$ は潜在生産物 $y^1$ に等しくなっており、最適な汚染は $P^1$ である。

(1.33) から消費が潜在生産物に等しくなると汚染も潜在生産物に等しくなるので、原点から点aを通る破線は45度線になる。またこの破線は消費が潜在生産物に等しい点を示している。

潜在生産物が $y^2$ に増加すると $cpc^2$ は $I^2$ に点bで接し、 $MRS$ は $mrt$ と等しい。この点bでは点aと比較して $cpc^2$ の傾斜は小さくなっているが、それ以上に $I^2$ の傾斜が小さくなっている。またこの点bでも最適な消費 $C^2$ は潜在生産物 $y^2$ に等しくこの $y^2$ が(1.42)での $\hat{y}$ であり、最適な汚染は $P^2$ である。 $MRS$ は無差別曲線の傾斜であるので(1.50)で示され、 $mrt$ は $cpc$ の傾斜であるので(1.47)の第1次微分で示され、二つの曲線の傾斜が等しい場合には(1.52)になる。

$$\frac{1}{B} \left( \frac{\gamma}{B} \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} - \frac{\gamma}{B} \bar{U} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1} C^{-\sigma} = \beta y^{1-\beta} C^{\beta-1} \quad (1.52)$$

この(1.52)に(1.49)と(1.33)を代入すると(1.53)を得る。

$$C^{-\sigma} = B\beta y^{(1-\beta)\gamma} C^{\beta\gamma-1} \quad (1.53)$$

この(1.53)は家計の効用が最大となる必要条件である(1.40)に等しくなり、消費可能性曲線と無差別曲線が接する点では家計の効用の最大化が実現されている。このとき最適な消費 $C^2$ は(1.41)で示され、最適な汚染 $P^2$ は(1.43)で示される。潜在生産物がこの $y^2$ では潜在生産物がすべて消費になっているので境界解であるが、潜在生産物がこの $y^2$ を超えると、家計の効用を最大にする解は潜在生産物がすべて消費にならないので内点解になる。

潜在生産物が $y^2$ より大きく $y^3$ になると消費可能性曲線は $cpc^3$ となり、無差別曲線 $I^3$ と点cで接する。 $y^3$ は $cpc^3$ の右上端から下におろした垂線と横軸との交点にある。点cでは最適な消費 $C^3$ は $y^3$ より小さく内点解である。点bと比較すると点cでは最適な汚染 $P^3$ は $P^2$ より増加している。このときまだ限界効用の消費弾力性は1より小さい。

潜在生産物が $y^3$ より大きく $y^4$ になると、消費可能性曲線は $cpc^4$ となり無差別曲線 $I^4$ と点dで接する。このとき潜在生産物 $y^4$ は $cpc^4$ の右上端からおろした垂線と横軸との交点になり、消費 $C^4$ は潜在生産物 $y^4$ より小さく内点解である。点cと比較すると点dでは潜在生産物が増加することにより汚染 $P^4$ は減少し、このとき限界効用の消費弾力性が1より大きくなっている。このように家計の効用を最大にする最適点a、b、c、dを見ていくと、潜在生産物が増加することにより最適な消費は増加し続けている。最適な汚染は点aから点cまでは増加しているが、点cから点dへ移ると減少し、これらの点を結んでいくと、環境クズネッツ曲線となっている。

## II C.リープのモデルでの環境クズネッツ曲線

C.リープは第1節で述べたN.L. ストーキーのモデルとMcConnell, K. E. [6] を結びつけ、比較静学分析での環境クズネッツ曲線の議論を巧みに展開しており、本節ではこのC.リープの分析方法とはどのようなものであるかを明らかにする。まずこのK.E.マコーネルのモデルについて簡単に述べると、消費に使われる現実の生産物と潜在生産物との間の区別をせずすべて現実の生産物で考えており、この現実の生産物を以後ただ生産物 $Y$ と呼ぶことにする。この生産物が消費 $C$ と汚染削減支出 $A$ に使われ、(2.1)になると仮定する。

$$Y = C + A \quad (2.1)$$

また、第1節での(1.2)のような単に現実の生産物である消費が増加すると環境に良くない生産技術が使われ、汚染が増加するような汚染関数を考えずに、汚染削減支出 $A$ により汚染の削減が行われる汚染関数を考えている。この汚染関数についてK.E.マコーネルは(2.2)のような仮定を行っており、 $P_{AC} = 0$ であるのが特徴となっている。

$$P = P(C, A) \geq 0, P_C > 0, P_{CC} > 0, P_A < 0, P_{AA} > 0, P_{AC} = 0 \quad (2.2)$$

家計の効用関数については(2.3)を仮定しており、 $U_{CP}$ については $U_{CP} = 0$ と $U_{CP} \neq 0$ の二つの場合に区別して分析している。

$$U = U(C, P), U_C > 0, U_{CC} < 0, U_P \leq 0, U_{PP} < 0 \quad (2.3)$$

K.E.マコーネルはこの汚染関数と効用関数を使って政策当局が(2.1)の制約条件の下で(2.3)の家計の効用を最大にする問題を考える。この後、K.E.マコーネルは所与であるとみなしている生産物 $Y$ を変化させたとき、家計の効用が最大となる汚染 $P^*$ はどのように変化するかを調べ、環境クズネッツ曲線の問題を考えている。ただK.E.マコーネルは(2.3)の効用関数と(2.2)の汚染関数よりも具体的な関数では議論をしていない<sup>(7)</sup>。

C.リープも[5]において、潜在生産物 $y$ と現実の生産物 $Y$ を区別せず、生産物のすべてが現実の生産物であるとしている。またこの生産物が増加するにつれて、汚染が増加する環境に良くない生産技術が使われると考えるのではなく、(2.4)の汚染関数において所与の時点では一定の生産物 $Y$ が消費 $C$ と汚染削減 $A$ に使われ、(2.7)のように消費が増加すると汚染が増加し、(2.9)のように汚染削減支出が増加すると汚染が減少すると考える。

$$P = P(C, A) \geq 0 \quad (2.4)$$

ここでは生産物 $Y$ と消費 $C$ の比率を $z = C/Y$ とし、汚染関数を(2.5)と考える<sup>(8)</sup>。

$$P = \max\{Yz^\beta - x, 0\}, \beta > 1, x \geq 0 \quad (2.5)$$

$P > 0$ であると、汚染関数は(2.6)になる。 $x$ は定数であり、 $x > 0$ とすることにより $C > 0$ でも汚染はゼロとなり、N.L. ストーキーのモデルとは異なり汚染は後の図2の原点から増加しない。

$$P = C^\beta (C + A)^{1-\beta} - x \quad (2.6)$$

この(2.6)の汚染関数から、(2.7)、(2.8)、(2.9)、(2.10) および(2.11)の汚染関数の

性質を得る<sup>(9)</sup>。

$$P_C = (A+C)^{-\beta} C^{\beta-1} (\beta A + C) > 0 \quad (2.7)$$

$$P_{CC} = \beta(\beta-1)(A+C)^{-\beta-1} C^{\beta-2} A^2 \geq 0 \quad (2.8)$$

$$P_A = (1-\beta)C^\beta (C+A)^{-\beta} < 0 \quad (2.9)$$

$$P_{AA} = \beta(\beta-1)C^\beta (A+C)^{-\beta-1} > 0 \quad (2.10)$$

$$P_{AC} = (1-\beta)\beta C^{\beta-1} (A+C)^{-\beta-1} A \leq 0 \quad (2.11)$$

経済学者は変数が消費 $C$ と汚染 $P$ である効用関数 $U=U(C, P)$ において、分析を簡単にするために第2次微分が $U_{CP}=0$ となる仮定をよく行っている。だがC.リープによればこの仮定をおこなうことにより効用関数の頑健さが失われるので、 $U_{CP} \neq 0$ の効用関数を使うことを主張し、実際にこの効用関数を使って環境クズネッツ曲線の分析を行っている。だが、N.L.ストーキーのモデルとの類似点と相違点を明確にして、比較静学により容易に環境クズネッツ曲線の議論ができるように、N.L.ストーキーのモデルと同じ効用関数を使う<sup>(10)</sup>。

次に家計の効用関数を(2.12)と(2.13)で示す。第1節と同様に(2.12)の家計の効用関数が消費からの効用関数 $V(C)$ と汚染による不効用関数 $H(P)$ の差として構成されている。この不効用関数の中の汚染 $P$ は消費 $C$ と汚染削減支出 $A$ の関数である。

$$U(C, P(C, A)) = V(C) - H(P(C, A)) \quad (2.12)$$

$$U(C, P(C, A)) = \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{BP^\gamma}{\gamma} \quad \text{ただし } B > 0, \gamma > 1 \quad (2.13)$$

(2.13)は本節での家計の消費からの効用関数と汚染による不効用関数を具体的に示している。(2.13)の家計の効用関数から次の(2.14)と(2.15)を得る。なおこの家計の効用関数は $U_{PC}=0$ となっている。

$$U_C = C^{-\sigma} > 0, U_{CC} = -\sigma C^{-\sigma-1} < 0 \quad (2.14)$$

$$U_P = -BP^{\gamma-1} < 0, U_{PP} = -(\gamma-1)BP^{\gamma-2} < 0 \quad (2.15)$$

政策当局が消費 $C$ と汚染削減支出 $A$ をコントロール変数として家計の効用を最大にする問題を解くためには、(2.17)を制約条件として(2.16)を解くことになる<sup>(11)</sup>。

$$\text{最大化 } U(C, P(C, A)) + \lambda(Y - C - A) + \gamma A + \mu P(C, A) \quad (2.16)$$

$$\text{制約条件 } Y - C - A = 0, \quad P = P(C, A) \geq 0 \quad \text{および} \quad A \geq 0 \quad (2.17)$$

この最大化を実現する条件はクーン・タッカー条件であり、(2.18)、(2.19)、(2.20)および(2.21)になる。

$$U_C + U_P P_C - \lambda + \mu P_C = 0 \quad (2.18)$$

$$U_P P_A - \lambda + \gamma + \mu P_A = 0 \quad (2.19)$$

$$\gamma A = 0 \quad \text{および} \quad \mu P(C, A) = 0 \quad (2.20)$$

$$\gamma \geq 0 \quad \text{および} \quad \mu \geq 0 \quad (2.21)$$

(2.20)と(2.21)より $A > 0$ では $\gamma = 0$ および $P(C, A) > 0$ では $\mu = 0$ となる<sup>(12)</sup>。

(2.18)と(2.19)から限界代替率 $MRS$ を求めると、(2.22)になる。

$$MRS = -\frac{U_c}{U_p} = (P_c - P_A) \frac{U_p + \mu}{U_p} - \frac{\gamma}{U_p} \quad (2.22)$$

$A > 0$ と $P > 0$ になる内点解では $\gamma = \mu = 0$ であるので、この限界代替率 $MRS$ は(2.23)になる。

$$MRS = P_c - P_A \quad (2.23)$$

次に所与の生産物 $Y$ での消費と汚染の間の関係を示す曲線を消費可能性曲線 $CPC$ と呼ぶ。

(2.4)の汚染関数に所与の生産物での汚染削減支出 $A = Y - C$ を代入することにより、所与の生産物と一定の汚染 $P$ に対する可能な消費を知ることができ、その消費可能性曲線の式を(2.24)で示す。

$$P = P(C, Y - C) \quad (2.24)$$

この消費可能性曲線から所与の生産物 $Y$ での消費 $C$ の増加に対する汚染 $P$ の増加の比率である限界変換率を $MRT$ とする。これを求めるためには、まず(2.4)を微分する。

$$dP = P_c dC + P_A dA \quad (2.25)$$

所与の $Y$ では $dY = dC + dA = 0$ であるので、 $dA = -dC$ となる。この $dA$ を(2.25)に代入すると(2.26)の限界変換率 $MRT$ を得る。(2.7)より $P_c > 0$ 、(2.9)より $P_A < 0$ があるので $MRT > 0$ である。

$$MRT = \frac{dP}{dC} = P_c - P_A > 0 \quad (2.26)$$

(2.23)と(2.26)から $A > 0$ および $P > 0$ となる内点解では、 $\gamma = 0$ および $\mu = 0$ で限界代替率 $MRS$ と限界変換率 $MRT$ は等しくなり、(2.27)になる。(2.27)は所与の生産物 $Y$ において家計の効用を最大にする内点解での最適条件になっている。

$$MRS = -\frac{U_c}{U_p} = P_c - P_A = MRT > 0 \quad (2.27)$$

なお、(2.22)の限界代替率 $MRS$ と(2.26)の限界変換率 $MRT$ の関係から、(2.28)を得る。

$$MRS = MRT \frac{U_p + \mu}{U_p} - \frac{\gamma}{U_p} \quad (2.28)$$

$A = 0$ と $P > 0$ となる境界解の場合には、(2.20)において $\gamma > 0$ および $\mu = 0$ となる。 $MRS = MRT - \gamma/U_p$ になり、 $\gamma > 0$ と $U_p < 0$ であることから、 $A = 0$ となる境界解で(2.29)になり、限界代替率 $MRS$ は限界変換率 $MRT$ よりも大きくなる<sup>(13)</sup>。

$$MRS(C, P(C, 0)) \geq MRT(C, 0) = P_c(C, 0) - P_A(C, 0) \quad (2.29)$$

(2.18)と(2.19)より $P > 0$ であると $\mu = 0$ であるので、 $\gamma = U_c + U_p P_c - U_p P_A$ となる。 $U_c + U_p P_c$ は汚染削減の機会費用であり、 $-U_p P_A$ は汚染削減の限界効用と解釈できる。 $\gamma > 0$ のときは汚染削減の機会費用の方がその限界効用よりも大きく、汚染の削減は行われず $A = 0$ となり

(2.29)に等しく、境界解になる。 $\gamma = 0$ のときは汚染の削減が行われ $A > 0$ となり内点解になり、(2.26)に等しいと解釈できる<sup>(14)</sup>。

ある所与の生産物  $Y$  において  $A=0$  と  $P>0$  となる境界解では、比較静学分析により  $Y$  が増加した場合に、境界解が内点解に移行することを明らかにする。これは第1節の (1.21) の関係に対応する。そこでまず (2.14)、(2.15) および (2.22) から限界代替率  $MRS$  は (2.30) になる。

$$MRS = -\frac{U_C}{U_P} = \frac{C^{-\sigma}}{BP^{\gamma-1}} > 0 \quad (2.30)$$

(2.30) から  $MRS_C$  と  $MRS_P$  を求めると (2.31) になる。

$$MRS_C = -\sigma \frac{C^{-\sigma-1}}{BP^{\gamma-1}} < 0 \quad MRS_P = (1-\gamma) \frac{C^{-\sigma}}{BP^{\gamma}} < 0 \quad (2.31)$$

境界解では  $\mu = 0$  であるので、(2.26) と (2.28) から (2.32) を得る。

$$MRS = P_C - P_A - \frac{\gamma}{U_P} \quad (2.32)$$

次に生産物  $Y$  の増加が汚染削減支出  $A$  にどのように影響を及ぼすかを考えてみる。今ある  $Y$  よりも小さな生産物では汚染削減支出はゼロであるとする。(2.32) を消費  $C$  で微分すると (2.33) になる。

$$MRS_C + MRS_P P_C = P_{CC} - P_{AC} - \frac{d}{dC} \left( \frac{\gamma}{U_P} \right) \quad (2.33)$$

(2.1) において  $A=0$  のとき  $dY = dC + dA = dC$  となるので (2.33) は (2.34) になる。

$$MRS_C + MRS_P P_C = P_{CC} - P_{AC} - \frac{d}{dY} \left( \frac{\gamma}{U_P} \right) \quad (2.34)$$

(2.7) と (2.31) から、 $P_C > 0$ 、 $MRS_C < 0$  および  $MRS_P < 0$  であるので (2.34) の左辺は負になる。(2.8) と (2.11) により  $P_{CC} \geq 0$  と  $P_{AC} \leq 0$  であるので (2.34) の右辺も負となるためには  $\frac{d}{dY} \left( \frac{\gamma}{U_P} \right) > 0$  でなければならない。 $A=0$  では  $\gamma > 0$  であり (2.15) から  $U_P < 0$  であるので  $\gamma/U_P < 0$  になり、 $\frac{d}{dY} \left( \frac{\gamma}{U_P} \right) > 0$  となるためには  $\left| \frac{\gamma}{U_P} \right|$  が小さくならなければならない。 $\left| \frac{\gamma}{U_P} \right|$  が小さくなり、 $\frac{\gamma}{U_P} = 0$  となったとき、つまり  $\gamma = 0$  となったとき  $A > 0$  となり内点解になる。ちょうど (2.27) となる  $Y$  を  $\hat{Y}$  で示し、 $Y > \hat{Y}$  においては  $A > 0$  のままであるので内点解である<sup>(15)</sup>。

今一定の  $P$  において  $\frac{dP_C}{dC}$  を  $V$  として、 $\frac{dP_A}{dC}$  を  $W$  としてそれぞれ (2.36) と (2.37) で示し、一定の汚染  $P$  の下での  $V$  と  $W$  の差の関係を見る。(2.25) より  $P$  が一定であると  $dP = 0$  であり、(2.35) になる。

$$\frac{dA}{dC} = -\frac{P_C}{P_A} \quad (2.35)$$

$V$  は一定の  $P$  において  $P_C$  を  $C$  で微分するので (2.35) から (2.36) になる。

$$V = \frac{dP_C}{dC}_{P\text{-一定}} = P_{CC} + P_{CA} \frac{dA}{dC}_{P\text{-一定}} = \frac{-P_{CC}P_A + P_{AC}P_C}{-P_A} \quad (2.36)$$

$W$  は同様に一定の  $P$  において  $P_A$  を  $C$  で微分するので (2.37) になる。

$$W = \frac{dP_A}{dC}_{P\text{-一定}} = P_{AC} + P_{AA} \frac{dA}{dC}_{P\text{-一定}} = \frac{-P_{AC}P_A + P_{AA}P_C}{-P_A} \quad (2.37)$$

$V$ と $W$ の差である $V-W$ は $P_C - P_A$ を一定の $P$ において $C$ で微分することであるので(2.38)になり、一定の汚染 $P$ での消費 $C$ の増加による限界変換率 $MRT$ の変化を示している。

$$V - W = \frac{d}{dC}(P_C - P_A)_{P\text{-一定}} = \frac{d}{dC}MRT_{P\text{-一定}} \quad (2.38)$$

(2.38)に(2.36)と(2.37)を代入すると(2.39)になる。

$$\frac{d(P_C - P_A)_{P\text{-一定}}}{dC} = \frac{P_{CC}P_A - P_{AC}P_C - P_{AC}P_A + P_{AA}P_C}{P_A} \quad (2.39)$$

(2.7)、(2.8)、(2.9)、(2.10) および(2.11)の汚染関数の性質から(2.40)と(2.41)を得る。

$$P_{CC}P_A - P_{AC}P_C = \beta(\beta - 1)C^{2\beta-2}Y^{-2\beta}(Y - C) > 0 \quad (2.40)$$

$$-P_{AC}P_A + P_{AA}P_C = \beta(\beta - 1)C^{2\beta-1}Y^{-2\beta} > 0 \quad (2.41)$$

$P_A < 0$ および(2.40)と(2.41)から(2.39)は(2.42)になり、(2.42)は一定の汚染 $P$ における消費 $C$ の変化による限界変換率 $MRT$ の変化が負になることを示している。

$$\frac{dMRT_{P\text{-一定}}}{dC} = \frac{P_{CC}P_A - P_{AC}P_C - P_{AC}P_A + P_{AA}P_C}{P_A} < 0 \quad (2.42)$$

他方一定の汚染の下での消費の変化による限界代替率 $MRS$ の変化は $dP = 0$ であるので(2.43)になる<sup>(16)</sup>。

$$\frac{dMRS_{P\text{-一定}}}{dC} = MRS_C + MRS_P \frac{dP}{dC} = MRS_C \quad (2.43)$$

(2.6)の汚染関数から、生産物 $Y$ が所与のとき消費 $C$ と汚染 $P$ との間の関係である消費可能性曲線 $CPC$ を描いてみる。図2では横軸に消費 $C$ をとり、縦軸に汚染 $P$ をとると所与の生産物 $Y$ での消費可能性曲線は(2.44)になる。 $x$ は正の定数である。

$$P = C^\beta Y^{1-\beta} - x \quad (2.44)$$

この消費可能性曲線が $C$ 軸にあると、生産物が多く汚染削減 $A$ に向けられており、汚染 $P$ がゼロになっている。所与の生産物では消費が増加するにつれて汚染削減支出 $A$ が減少するので、汚染は増加する。破線は汚染削減支出がゼロであるときの消費 $C$ と汚染 $P$ の関係を示している。

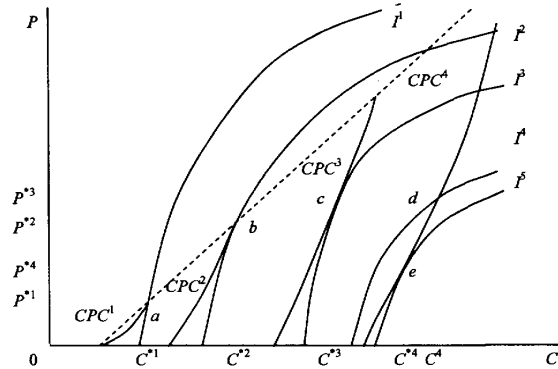
所与の生産物でのこの消費可能性曲線 $CPC$ の傾斜を示す第1次微分<sup>(17)</sup>と第2次微分はそれぞれ正になる<sup>(18)</sup>。

$$\frac{dP}{dC} = \beta C^{\beta-1} Y^{1-\beta} > 0 \quad \frac{d^2P}{dC^2} = \beta(\beta - 1) Y^{1-\beta} C^{\beta-2} > 0 \quad (2.45)$$

このため所与の生産物の消費可能性曲線は図2の右上がりの曲線によって示すことができる。なお、この消費可能性曲線の第1次微分は限界変換率 $MRT$ に等しく、この消費可能性曲線の

消費による第2次微分は一定の所得での限界変換率  $MRT$  の  $C$  での微分に等しい。

図2



生産物  $Y$  が増加すると  $1 - \beta < 0$  であるので  $Y^{1-\beta}$  は小さくなり、汚染  $P$  が減少し、この消費可能性曲線 (2.44) は下に移動する。最初の消費可能性曲線を  $CPC^1$  とし、生産物が増加した後の消費可能性曲線を  $CPC^2$  とすると  $CPC^2$  は  $CPC^1$  を下に移動した曲線になる。

次に図2の無差別曲線を求めると、(2.13)の効用関数から効用水準が同じ  $\bar{U}$  である無差別曲線は (2.46) になる。

$$P = \left( \frac{\gamma}{B(1-\sigma)} (C^{1-\sigma} - 1) - \frac{\gamma}{B} \bar{U} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (2.46)$$

この無差別曲線の式の第1次微分と第2次微分を求めると (1.50) と (1.51) に同じであるが、これらの式に (2.46) を代入すると (2.47) になる。第1次微分は正であり、第2次微分は負である。

$$P_C = \frac{1}{B} C^{-\sigma} P^{1-\gamma} > 0 \quad P_{CC} = \frac{1-\gamma}{B^2} C^{-2\sigma} P^{1-2\gamma} - \frac{\sigma}{B} C^{-\sigma-1} P^{1-\gamma} < 0 \quad (2.47)$$

効用水準  $U^1 < U^2 < U^3 < U^4 < U^5$  に対して無差別曲線  $I^1, I^2, I^3, I^4, I^5$  を描くことができる。消費可能性曲線  $CPC^1$  と無差別曲線  $I^1$  が交わる点  $a$  では (2.29) が示すように  $MRS > MRT$  となる。この点  $a$  では家計の効用が最大となる最適な消費は  $C^{*1}$  であり、最適な汚染は  $P^{*1}$  である。点  $b$  では  $CPC^2$  と  $I^2$  が接し最適な消費は  $C^{*2}$  であり、最適な汚染は  $P^{*2}$  になっている。点  $a$  と点  $b$  では生産物  $Y$  がすべて消費に使われており、汚染削減支出  $A$  はゼロのままであり境界解になっている。点  $a$  と点  $b$  を破線が通っている。それぞれの消費可能性曲線  $CPC$  の右上端を横軸に下ろした交点がそれぞれの生産物  $Y$  になっており、このことは内点解についても同じである。点  $b$  での  $CPC^2$  の生産物  $Y^2$  は  $\hat{Y}$  であり、生産物がこの  $\hat{Y}$  を超えると汚染の削減が行われ  $A > 0$  となり内点解になる。

次にここで導いた一定の汚染水準で限界代替率  $MRS$  と限界変換率  $MRT$  および消費可能性曲線  $CPC$  と無差別曲線  $I$  を使って、比較静学分析により所与とみなしてきた生産物を増加させることによって環境クズネッツ曲線を導くことにする。このために汚染削減が行われ、 $A > 0$  と  $P > 0$  である内点解の場合を考える。

図2において所与の生産物  $Y^3$  で消費可能性曲線  $CPC^3$  と無差別曲線  $I^3$  の接点  $c$  では内点解

となり、最適な消費  $C^3$  と最適な汚染  $P^3$  が決定されているとする。ここで生産物が  $Y^4$  に増加し消費可能性曲線が  $CPC^4$  に右に移動したものとする。汚染水準を  $P^3$  と同じままに維持すると新しい  $CPC^4$  では点  $d$  にあり、この点  $d$  を無差別曲線  $I^4$  が通り消費は  $C^4$  にある。この点  $c$  から点  $d$  への変化により無差別曲線の傾斜である限界代替率  $MRS$  の変化は (2.43) より  $MRS_c$  となる。また (2.31) より  $MRS_c < 0$  であるので、点  $d$  での無差別曲線の傾斜は点  $c$  での無差別曲線の傾斜より小さくなる。他方右に移動した  $CPC^4$  の傾斜である限界変換率  $MRT$  の変化は (2.42) によって示され負となり、点  $d$  での限界変換率  $MRT$  の傾斜も点  $c$  での傾斜より小さくなる。

図2の点  $d$  では消費可能性曲線  $CPC^4$  の傾斜は無差別曲線  $I^4$  の傾斜より大きい。このときこの消費可能性曲線の傾斜の低下の絶対値は無差別曲線  $I^4$  の傾斜の低下の絶対値より小さい。この生産物の増加により右に移動した消費可能性曲線  $CPC^4$  を所与のものとみなすと家計の効用を最大にする達成可能な無差別曲線は  $I^5$  となり、点  $e$  で消費可能性曲線  $CPC^4$  と無差別曲線  $I^5$  が接する。政策当局は点  $e$  を実現できるように消費と汚染削減支出を決定することになる。このとき最適な消費は  $C^4$  であり、最適な汚染は  $P^4$  である。点  $c$  と比較して点  $e$  では最適な消費は  $C^3$  から  $C^4$  へ増加しているのに対し、最適な汚染は  $P^3$  から  $P^4$  へ減少している。このようにして、生産物が増加したとき汚染が減少するという環境クズネッツ曲線の発生の現象を図によって示すことができる。

次にこの図2と数式により環境クズネッツ曲線の現象の発生についてより詳しく述べる。点  $c$  と同じ汚染水準である点  $d$  では、消費可能性曲線  $CPC^4$  の傾斜が無差別曲線  $I^4$  の傾斜より大きく、点  $c$  から点  $d$  に消費が増加することによるこの消費可能性曲線の傾斜である限界変換率  $MRT$  の低下の絶対値が無差別曲線  $I^4$  の傾斜である限界代替率  $MRS$  の低下の絶対値より小さいことを次の (2.48) で示すことができる。

$$-\frac{dMRS_{P-定}}{dC} = -MRS_c > -\frac{dMRT_{P-定}}{dC} = -\frac{d(P_c - P_A)_{P-定}}{dC} \quad (2.48)$$

点  $c$  と点  $d$  では汚染  $P$  が一定であると、(2.39) と (2.48) より (2.49) を得る。

$$-MRS_c > \frac{P_{cc}P_A - P_{AC}P_C - P_{AC}P_A + P_{AA}P_C}{-P_A} \quad (2.49)$$

家計の効用を最大にする解が内点解であると限界代替率  $MRS$  と限界変換率  $MRT$  は等しく (2.23) になる。この最適点での (2.23) を消費  $C$  と汚染削減支出  $A$  で微分すると (2.50) になる。

$$(MRS_c + MRS_P P_C - P_{cc} + P_{AC})dC + (MRS_P P_A - P_{AC} + P_{AA})dA = 0 \quad (2.50)$$

生産物  $Y$  が消費  $C$  と汚染削減支出  $A$  に使われると (2.1) から (2.51) を得る。

$$dC + dA = dY \quad (2.51)$$

(2.50) と (2.51) を連立方程式とみなし、 $dC$  と  $dA$  を未知数として解くと (2.52) と (2.53) を得る。



$$dC = \frac{(MRS_P P_A - P_{AC} + P_{AA})dY}{-MRS_C - MRS_P P_C + P_{CC} - P_{AC} + MRS_P P_A - P_{AC} + P_{AA}} \quad (2.52)$$

$$dA = \frac{-(MRS_C + MRS_P P_C - P_{CC} + P_{AC})dY}{-MRS_C - MRS_P P_C + P_{CC} - P_{AC} + MRS_P P_A - P_{AC} + P_{AA}} \quad (2.53)$$

また (2.52) と (2.53) から (2.54) と (2.55) を得る。

$$\frac{dC}{dY} = \frac{MRS_P P_A - P_{AC} + P_{AA}}{-MRS_C - MRS_P P_C + P_{CC} - P_{AC} + MRS_P P_A - P_{AC} + P_{AA}} \quad (2.54)$$

$$\frac{dA}{dY} = \frac{-MRS_C - MRS_P P_C + P_{CC} - P_{AC}}{-MRS_C - MRS_P P_C + P_{CC} - P_{AC} + MRS_P P_A - P_{AC} + P_{AA}} \quad (2.55)$$

(2.4) の汚染関数から、生産物が増加するとき汚染の変化を (2.56) で示することができる。

$$\frac{dP}{dY} = P_C \frac{dC}{dY} + P_A \frac{dA}{dY} \quad (2.56)$$

この (2.56) に (2.54) と (2.55) を代入すると (2.57) になる<sup>19)</sup>。(2.57) は生産物が増加した時の最適な汚染  $P^*$  の変化を示している。

$$\frac{dP^*}{dY} = \frac{P_{CC} P_A - P_{AC} P_C - P_{AC} P_A + P_{AA} P_C - MRS_C P_A}{P_{AA} - 2P_{AC} + P_{CC} + MRS_P (P_A - P_C) - MRS_C} \quad (2.57)$$

図2において接点cでの消費可能性曲線と無差別曲線が汚染水準が同じ点dまで移動したときに、限界代替率  $MRS$  と限界変換率  $MRT$  の傾斜の変化は、消費可能性曲線  $CPC^4$  の傾斜が無差別曲線  $I^4$  の傾斜より大きいときには、(2.49) の関係になる。(2.9) より  $P_A < 0$  であるので (2.49) は (2.58) になり、(2.57) の分子は負になる。

$$P_{CC} P_A - P_{AC} P_C - P_{AC} P_A + P_{AA} P_C - MRS_C P_A < 0 \quad (2.58)$$

(2.7)、(2.8)、(2.9)、(2.10) および (2.11) より  $P_C > 0$ 、 $P_{CC} > 0$ 、 $P_A < 0$ 、 $P_{AA} > 0$  および  $P_{AC} < 0$  また (2.31) より  $MRS_C < 0$  と  $MRS_P < 0$  であるので、(2.57) の分母は正になる。このため家計の効用が最大となる最適点はa、b、c、eと変化し (2.49) が成立すると (2.57) は負となり、生産物が増加すると家計の効用を最大にする最適な汚染は減少し、図2の点cから点eに移動していることになる。生産物が  $Y^1$ 、 $Y^2$ 、 $Y^3$ 、 $Y^4$  と増加すると最適な汚染は  $P^{*1}$ 、 $P^{*2}$ 、 $P^{*3}$  と増加するが、 $P^{*4}$  では減少し、環境クズネッツ曲線の現象が発生している。環境クズネッツ曲線の現象が発生するためには (2.48) が成立することが重要になる。

第1節において、N.L. ストーキーのモデルでは潜在生産物が増加するとき (1.46) において  $\sigma > 1$  であると汚染が減少し、環境クズネッツ曲線の現象が生じることを示した。C. リープのモデルでは汚染が一定の下で限界代替率  $MRS$  の消費  $C$  による変化の絶対値が限界変換率  $MRT$  の消費による変化の絶対値より大きいとき、つまり (2.48) が成立するとき、環境クズネッツ曲線の現象が生じることを示した。このN.L. ストーキーのモデルとC. リープのモデルとの関係を見るために、C. リープのモデルでの環境クズネッツ曲線の現象が発生する条件を別の観点から述べてみると、N.L. ストーキーのモデルと同様に  $\sigma > 1$  になるかどうかを示す。

C.リープのモデルで環境クズネッツ曲線の現象が発生する条件である (2.49) の不等式の左辺の  $-MRS_C$  を (2.31) により (2.59) で示すことができる。

$$-MRS_C = \frac{\sigma C^{-\sigma-1}}{BP^{\gamma-1}} \quad (2.59)$$

またこの (2.49) の右辺は、分母については (2.1) と (2.9) から、分子については (2.40) と (2.41) から (2.60) になる。

$$\begin{aligned} \frac{P_{CC}P_A - P_{AC}P_C - P_{AC}P_A + P_{AA}P_C}{-P_A} &= \frac{\beta(\beta-1)C^{2\beta-2}Y^{-2\beta}(Y-C) + \beta(\beta-1)C^{2\beta-1}Y^{-2\beta}}{-(1-\beta)C^\beta Y^{-\beta}} \\ &= \beta C^{\beta-2}Y^{1-\beta} \end{aligned} \quad (2.60)$$

(2.49) は (2.59) と (2.60) から (2.61) になる。

$$\frac{\sigma C^{-\sigma-1}}{BP^{\gamma-1}} > \beta C^{\beta-2}Y^{1-\beta} \quad (2.61)$$

家計の効用を最大にする解が内点解であるとその最適条件は限界代替率  $MRS$  が限界変換率  $MRT$  に等しくなる。限界代替率  $MRS$  は (2.30) から (2.62) になる。

$$MRS = \frac{C^{-\sigma}}{BP^{\gamma-1}} \quad (2.62)$$

限界変換率  $MRT$  は (2.7) の  $P_C$  と (2.9) の  $P_A$  から (2.63) になる。

$$MRT = P_C - P_A = \beta C^{\beta-1}Y^{1-\beta} \quad (2.63)$$

内点解であると  $MRS = MRT$  であるので (2.62) の右辺と (2.63) の右辺が等しく (2.64) になる。

$$\frac{C^{-\sigma}}{BP^{\gamma-1}} = \beta C^{\beta-1}Y^{1-\beta} \quad (2.64)$$

(2.64) を (2.61) に代入すると  $\sigma > 1$  を得ることができ、このことから  $\sigma > 1$  のときには  $dP^*/dY < 0$  となる。証明は行っていないが  $\sigma < 1$  のときには  $dP^*/dY > 0$  になる。潜在生産物  $y$  と生産物  $Y$  の違いがあるが N.L. ストーキーのモデルと同じ結果を得、これを整理すると (2.65) になる<sup>20)</sup>。

$$\sigma > 1 \text{ のとき } \frac{dP^*}{dY} < 0 \quad \sigma < 1 \text{ のとき } \frac{dP^*}{dY} > 0 \quad (2.65)$$

このことから、C.リープのモデルでも環境クズネッツ曲線の現象が発生するのは、限界効用の消費弾力性が 1 より大きな場合となる。逆に限界効用の消費弾力性が 1 より小さい場合には生産物の増加により汚染は増加することになる。

### Ⅲ 汚染削減技術の向上と環境クズネツツ曲線

本節では第2節のC.リープのモデルにおいて、汚染削減にさいし技術進歩によりその効率が上昇する場合を考える<sup>(21)</sup>。この技術進歩により家計の効用を最大にする最適な消費と最適な汚染が第2節のC.リープのモデルでの分析と比較してどのように異なるか、また環境クズネツツ曲線の現象が発生する条件がどのように異なるかを明らかにする。第2節では汚染関数を(2.4)、(2.5)および(2.6)で示してきたが、ここでは(3.1)と(3.2)で定式化し直す。

$$P = P(C, kA) \geq 0 \quad (3.1)$$

$$P = C^\beta (C + kA)^{1-\beta} - x, \beta > 1, k > 1 \quad (3.2)$$

(3.2)の汚染関数において $k$ は定数で、 $k=1$ の場合は前節の(2.6)と同じになるが、ここでは $k>1$ と仮定する。 $k>1$ と仮定することは、汚染削減支出 $A$ の効率が增加していることを意味する。この(3.2)の汚染関数は次の性質を持つことになる。

$$P_C = C^{\beta-1} (C + kA)^{-\beta} (\beta kA + C) > 0 \quad (3.3)$$

$$P_{CC} = C^{\beta-2} (C + kA)^{-\beta-1} \beta (\beta - 1) k^2 A^2 \geq 0 \quad (3.4)$$

$$P_A = (1 - \beta) C^\beta (C + kA)^{-\beta} k < 0 \quad (3.5)$$

$$P_{AA} = (\beta - 1) \beta k^2 C^\beta (C + kA)^{-\beta-1} > 0 \quad (3.6)$$

$$P_{AC} = (1 - \beta) \beta k^2 A C^{\beta-1} (C + kA)^{-\beta-1} \leq 0 \quad (3.7)$$

集計した家計の効用関数は第2節の(2.13)と同じであり、(3.8)とする。

$$U(C, P(C, kA)) = \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{BP^\gamma}{\gamma} \quad \text{ただし } B > 0, \gamma > 1 \quad (3.8)$$

所与の生産物 $Y$ は消費 $C$ と汚染削減支出 $A$ に使われ $Y = C + A$ となり、(2.1)と同じになるものとする。このとき、政策当局の課題は生産物、汚染関数、汚染削減支出 $A$ の(3.10)の制約条約の下で消費 $C$ と汚染削減支出 $A$ をコントロール変数として次の(3.9)を最大にすることであるとする。

$$\text{最大化 } U(C, P(C, kA)) + \lambda(Y - C - A) + \gamma A + \mu P(C, kA) \quad (3.9)$$

$$\text{制約条件 } Y - C - A = 0, \quad P = P(C, kA) \geq 0 \quad \text{および} \quad A \geq 0 \quad (3.10)$$

第2節でと同様にクーン・タッカー条件により家計の効用最大化の条件として(3.11)、(3.12)、(3.13)および(3.14)を得る<sup>(22)</sup>。

$$U_C + U_P P_C - \lambda + \mu P_C = 0 \quad (3.11)$$

$$U_P P_A - \lambda + \gamma + \mu P_A = 0 \quad (3.12)$$

$$\gamma A = 0 \quad \text{および} \quad \mu P(C, kA) = 0 \quad (3.13)$$

$$\gamma \geq 0 \quad \text{および} \quad \mu \geq 0 \quad (3.14)$$

(3.11)と(3.12)から(3.15)になる。

$$MRS = -\frac{U_C}{U_P} = (P_C - P_A) \frac{U_P + \mu}{U_P} - \frac{\gamma}{U_P} \quad (3.15)$$

限界変換率  $MRT$  は第2節の (2.26) と同じであり、(3.16) で示す。

$$MRT = \frac{dP}{dC} = P_C - P_A > 0 \quad (3.16)$$

$A=0$  と  $P>0$  となる境界解では  $\mu=0$  となるので  $MRS$  は (3.17) と (3.18) になる。

$$MRS = -\frac{U_C}{U_P} = (P_C - P_A) - \frac{\gamma}{U_P} \quad (3.17)$$

$$MRS = MRT - \frac{\gamma}{U_P} \quad (3.18)$$

他方  $A>0$  と  $P>0$  になる内点解では  $\gamma = \mu = 0$  であるので、 $MRS$  は (3.19) になる。

$$MRS = P_C - P_A = MRT \quad (3.19)$$

生産物  $Y$  が小さいときは境界解であるが、生産物が大きくなると内点解になることを第2節と同様に (3.17) の右辺の  $|\gamma/U_P|$  が小さくなることにより証明することができ、ここではその証明を省略する。

次に家計の効用を最大にする最適な消費  $C^*$  と最適な汚染  $P^*$  の決定の問題を消費可能性曲線  $CPC$  と無差別曲線  $I$  を使って図3で述べる。このためにまず消費可能性曲線を求めると、所与の生産物  $Y$  に対して  $A=Y-C$  であるので、これを (3.1) に代入すると (3.20) になる。

$$P = P(C, k(Y-C)) \quad (3.20)$$

この消費可能性曲線を示す式は (3.2) から (3.21) になる。

$$P = C^\beta (C + k(Y-C))^{1-\beta} - x, \beta > 1, k > 1 \quad (3.21)$$

(2.44) と (3.21) の消費可能性曲線を比較すると  $C + k(Y-C) > Y$  であり、また  $1-\beta < 0$  であるので  $(C + k(Y-C))^{1-\beta} < Y^{1-\beta}$  になる。このため所与の生産物では (3.21) の方が (2.44) よりも汚染  $P$  が小さくなっている。つまり  $k>1$  となり汚染削減の効率化が実現される場合には、同じ生産物に対して消費可能性曲線  $CPC$  は下方に移動して、より水平になっている。

所与の生産物  $Y$  での限界変換率  $MRT$  は消費可能性曲線の傾斜  $dP/dC$  になる。 $MRT = P_C - P_A$  であり、この  $MRT$  に (3.3) と (3.5) を代入すると (3.22) になる。

$$MRT = \frac{dP}{dC} = P_C - P_A = C^{\beta-1} (C + kA)^{-\beta} (\beta kY + C - Ck) > 0 \quad (3.22)$$

(3.20) の消費可能性曲線の第2次微分を求めるためには限界変換率  $MRT$  を消費で微分する。消費可能性曲線では  $dC + dA = dY = 0$  となり  $dA = -dC$  であるので、消費可能性曲線の第2次微分は (3.23) になる。

$$MRT_C = \frac{d^2 P}{dC^2} = P_{CC} - 2P_{AC} + P_{AA} \quad (3.23)$$

(3.23) に (3.4)、(3.6) および (3.7) を代入すると (3.24) になり、この消費可能性曲線の第2次微分は正になる。

$$\frac{d^2 P}{dC^2} = \beta(\beta - 1)k^2 C^{\beta-2} (C + kA)^{-\beta-1} Y^2 > 0 \quad (3.24)$$

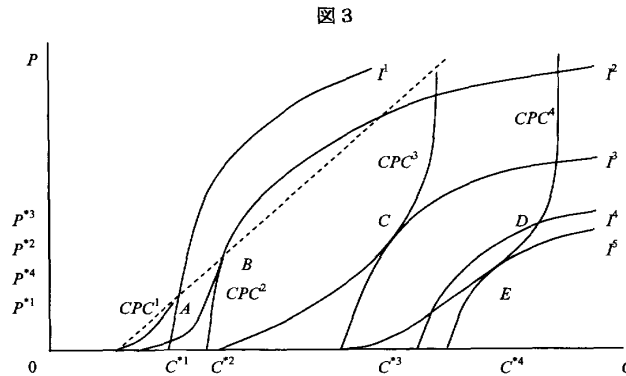
(3.8) の効用関数から限界代替率  $MRS$  は (3.25) になる。

$$MRS = -\frac{U_C}{U_P} = \frac{C^{-\sigma}}{BP^{\gamma-1}} > 0 \quad (3.25)$$

無差別曲線を示す式は第2節の (2.46) で得られ、ここでは (3.26) で示す。

$$P = \left( \frac{\gamma}{B(1-\sigma)} (C^{1-\sigma} - 1) - \frac{\gamma}{B} \bar{U} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{ここで } P_C > 0, P_{CC} < 0 \quad (3.26)$$

図3において第2節と同様に生産物について  $Y^1 < Y^2 < Y^3 < Y^4$  となると、消費可能性曲線はそれぞれ  $CPC^1$ 、 $CPC^2$ 、 $CPC^3$ 、 $CPC^4$  になり、図2での  $CPC$  よりも傾斜がより緩く、水平になっている。また効用水準  $U^1 < U^2 < U^3 < U^4 < U^5$  に対して無差別曲線は  $I^1$ 、 $I^2$ 、 $I^3$ 、 $I^4$ 、 $I^5$  になっている。家計の効用が最大になる最適な消費と最適な汚染は生産物  $Y^1$  では  $MRS > MRT$  となり  $CPC^1$  と  $I^1$  が交わる点Aで決定され、 $C^{*1}$  と  $P^{*1}$  になる。生産物が増加し  $Y^2$  になると  $CPC^2$  と  $I^2$  が点Bで接し  $MRS = MRT$  になり、最適な消費と最適な汚染は  $C^{*2}$  と  $P^{*2}$  になる。これらの点Aと点Bでは汚染削減支出がゼロで境界解となり、生産物はすべて消費に使われている。破線は汚染削減支出がゼロであるこれらの点を通る線になっている。 $CPC$  がより水平になっていることから、図2と比較して最適な消費はより大きくなり、最適な汚染はより小さくなっている。



次に汚染削減において  $k > 1$  となるように効率化が実現する場合に、比較静学分析により生産物  $Y$  が増加したときに、汚染  $P$  が減少する環境クズネツツ曲線の現象が発生する条件を家計の効用の最大化が実現する内点解において明らかにする。

内点解である (3.19) を消費  $C$  と汚染削減支出  $A$  で微分すると (3.27) と (3.28) を得る。

$$\frac{dC}{dY} = \frac{MRS_P P_A - P_{AC} + P_{AA}}{P_{AA} - 2P_{AC} + P_{CC} + MRS_P (P_A - P_C) - MRS_C} \quad (3.27)$$

$$\frac{dA}{dY} = \frac{-MRS_C - MRS_P P_C + P_{CC} - P_{AC}}{P_{AA} - 2P_{AC} + P_{CC} + MRS_P (P_A - P_C) - MRS_C} \quad (3.28)$$

(3.1) の  $P$  を  $Y$  で微分すると (3.29) になり、この (3.29) に (3.27) と (3.28) を代入すると

生産物の変化による最適な汚染 $P^*$ の変化を示す (3.30) を得る。

$$\frac{dP}{dY} = P_C \frac{dC}{dY} + P_A \frac{dA}{dY} \quad (3.29)$$

$$\frac{dP^*}{dY} = \frac{P_{CC}P_A - P_{AC}P_C - P_{AC}P_A + P_{AA}P_C - MRS_C P_A}{P_{AA} - 2P_{AC} + P_{CC} + MRS_P(P_A - P_C) - MRS_C} \quad (3.30)$$

(3.25) から  $MRS_C$  と  $MRS_P$  はそれぞれ (3.31) になる。

$$MRS_C = -\sigma \frac{C^{-\sigma-1}}{BP^{\gamma-1}} < 0 \quad MRS_P = (1-\gamma) \frac{C^{-\sigma}}{BP^{\gamma}} < 0 \quad (3.31)$$

(3.31) と (3.3)、(3.4)、(3.5)、(3.6) および (3.7) から  $P_C > 0$ 、 $P_{CC} > 0$ 、 $P_A < 0$ 、 $P_{AA} > 0$  および  $P_{AC} < 0$  より (3.30) の分母は正になる。(3.30) の  $dP/dY$  が負となるためには、この分子が負とならなければならない。このことから、環境クズネッツ曲線の現象が発生するためには  $P_A < 0$  であるので (3.32) にならなければならない。

$$-MRS_C > \frac{P_{CC}P_A - P_{AC}P_C - P_{AC}P_A + P_{AA}P_C}{-P_A} \quad (3.32)$$

(3.32) での分子は、 $P_C$ 、 $P_{CC}$ 、 $P_A$ 、 $P_{AA}$  および  $P_{AC}$  を代入すると (3.33) と (3.34) の和になる。

$$P_{CC}P_A - P_{AC}P_C = \beta(\beta-1)k^2 A(C+kA)^{-2\beta} C^{2\beta-2} > 0 \quad (3.33)$$

$$-P_{AC}P_A + P_{AA}P_C = (\beta-1)\beta k^2 C^{2\beta-1} (C+kA)^{-2\beta} > 0 \quad (3.34)$$

(3.31) の  $MRS_C$ 、(3.5) の  $P_A$ 、(3.33) および (3.34) を (3.32) に代入すると、(3.35) になる。

$$\frac{\sigma C^{-\sigma-1}}{BP^{\gamma-1}} > \beta k (C+kA)^{-\beta} C^{\beta-2} (A+C) > 0 \quad (3.35)$$

また家計の効用が最大となる必要条件は内点解では (3.19) より  $MRS = MRT$  であり、限界代替率  $MRS$  は (3.25) になり、限界変換率  $MRT$  は (3.22) になる。それゆえ  $A+C=Y$  であるのでその必要条件は (3.36) になる。

$$\frac{C^{-\sigma}}{BP^{\gamma-1}} = (C+kA)^{-\beta} C^{\beta-1} (\beta k Y + C - kC) \quad (3.36)$$

(3.36) を (3.35) に代入すると、(3.37) になり (3.30) の分子が負となる条件を得る。

$$\sigma(\beta k Y + C - kC) > \beta k Y \quad (3.37)$$

(3.30) の分母は正であるので (3.37) から (3.38) を得る。このことから汚染削減の効率化により  $k > 1$  になるとき、環境クズネッツ曲線が生じるのは (3.38) のときである。逆に (3.39) のときには生産物が増加すると汚染は増加する。

$$\sigma > \frac{\beta k Y}{\beta k Y + C - kC} \text{ のとき } \frac{dP^*}{dY} < 0 \quad (3.38)$$

$$\sigma < \frac{\beta k Y}{\beta k Y + C - k C} \text{ のとき } \frac{dP^*}{dY} > 0 \quad (3.39)$$

また  $\beta k Y + C - k C > 0$  であり、 $k > 1$  であるので (3.40) となる。

$$\beta k Y + C - k C < \beta k Y \quad (3.40)$$

(3.38) と (3.40) より (3.41) の関係になる。

$$\sigma > \frac{\beta k Y}{\beta k Y + C - k C} > 1 \quad (3.41)$$

第2節の (2.65) の  $\sigma$  を  $\sigma_1$  とすると、第2節では環境クズネッツ曲線の現象が発生するためには  $\sigma_1 > 1$  でなければならなかった。この  $\sigma_1$  と (3.41) の  $\sigma$  を比較すると (3.42) になる。つまり、汚染削減の効率化が実現され  $k > 1$  のときには、環境クズネッツ曲線の現象が発生するためには  $\sigma$  は  $\sigma_1$  より大きくなければならない。

$$\sigma > \sigma_1 \quad (3.42)$$

次に内点解において環境クズネッツ曲線が生ずる場合を図3を使って説明する。まず汚染削減の効率化が実現されると消費可能性曲線  $CPC$  はこの汚染削減の効率化のない場合よりも水平になる。点Bでは限界代替率  $MRS$  と限界変換率  $MRT$  が等しく、家計の効用の最大化が実現されているが、点Bでは汚染削減支出  $A$  はゼロで境界解である。点Cでは生産物は  $Y^3$  に増加し消費可能性曲線  $CPC^3$  と無差別曲線  $I^3$  が接し、また  $MRS$  と  $MRT$  が等しくなっている。またこの点Cでは汚染削減支出  $A$  は正であり内点解である。

最初点Cにあり、生産物が  $Y^4$  に増加し、 $CPC^3$  が右に移動し  $CPC^4$  となったとき、この  $CPC^4$  の上で汚染水準が点Cと同じで  $P^{*3}$  になっているのが点Dである。この点Dでは  $CPC^4$  は  $I^4$  と交わっている。汚染水準を一定にしておいて点Cから点Dに動くとき  $MRS$  と  $MRT$  の変化をみると  $MRS$  は (2.43) と (3.31) から低下しており、 $MRT$  も (2.42)、 $P_A < 0$ 、(3.33) および (3.34) により低下している。点Dでは  $MRS$  の低下の方が  $MRT$  の低下よりも大きく (3.43) となり、無差別曲線  $I^4$  の傾斜は  $CPC^4$  の傾斜よりも小さい。

$$-\frac{dMRS_{P\text{一定}}}{dC} > -\frac{dMRT_{P\text{一定}}}{dC} \quad (3.43)$$

このとき家計の効用が最大になるのは点Dではなく  $CPC^4$  と  $I^5$  が接する点Eであり、この点Eでは家計の効用が最大となる最適な汚染は点Cの汚染  $P^{*3}$  よりも低く  $P^{*4}$  となっている。 $\sigma$  は限界効用の消費弾力性と等しく点Eでの無差別曲線の傾斜の程度を示しており、 $CPC$  が汚染削減の効率化により一層水平になれば、環境クズネッツ曲線の現象が発生するためには、無差別曲線も一層水平にならなければならないことを示している。

生産物が  $Y^1$ 、 $Y^2$ 、 $Y^3$ 、 $Y^4$  と増加したとき、最適点はA、B、C、Eと変化して、最適な汚染は  $P^{*1}$ 、 $P^{*2}$ 、 $P^{*3}$  と増加するが、 $P^{*4}$  では減少して環境クズネッツ曲線になっている。ただ汚染削減において効率化が実現されると消費可能性曲線  $CPC$  はより水平になり、最適な消費は増加し、最適な汚染は減少する。また環境クズネッツ曲線の現象が発生するためには、汚染削減

の効率化がない場合より $\sigma$ が大きくならなければならないので、転換点が遅れ生産物と消費がより大きくならなければならない。なおここで重要な (3.43) は (3.32) と同じである。

## 結び

第1節ではN.L. ストーキーの比較静学分析による環境クズネッツ曲線の分析とはどのようなものであるかを述べた。この分析においてN.L. ストーキーは政策当局が家計の効用を最大化するのに生産物を生産するのに使う技術の指標 $z$ をコントロール変数に使っているので、消費からの限界効用と汚染による限界不効用の関係および図解による説明が理解しづらいものになっている。このためそのコントロール変数を消費に置き換えて、N.L. ストーキーの分析を修正してみた。このことにより、家計の効用を最大にする潜在生産物、最適な消費および最適な汚染の関係がきわめて理解しやすくなり、また、第2節のC.リープの分析との関係が明確になった。

C.リープのモデルはK.E. マコーネルとN.L. ストーキーの二つのモデルに基づき、それらを統合させて発展させたすぐれた研究である。第2節では比較静学分析によるこのC.リープの環境クズネッツ曲線の分析とはどのようなものであるかを示した。このモデルでは政策当局が家計の効用を最大にするために所与の生産物を消費と汚染削減支出にどのように使うかがコントロール変数になり、汚染削減が行われることが、N.L. ストーキーの分析との大きな違いである。

N.L. ストーキーの分析でもC.リープの分析でも、環境クズネッツ曲線の現象の発生要因を消費からの効用と汚染による不効用の関係である無差別曲線の傾斜に重点を置いている。第3節では、所与の生産物においての汚染と消費の関係を示している消費可能性曲線に注目し、汚染削減の効率化が実現する場合をC.リープのモデルに基づき分析した。この場合消費可能性曲線の傾斜がゆるやかになり、家計の効用が最大となる最適な消費はより大きくなり、最適な汚染はより小さくなる。また環境クズネッツ曲線の現象が発生するためには、限界効用の消費弾力性が汚染削減の効率化がない場合より大きくならなければならないことを明らかにした。つまりこの現象が発生するためには転換点が遅れ消費がより大きくなり、さらに生産物がより大きくならなければならないのである。

## 注

- (1) N.L. ストーキーは汚染関数の $\phi(z)$ については $\phi(0)=0, \phi(1)=1, \phi'(1)=\beta<\infty$ および $\phi''(0)>0$ とのみ仮定しているが、不十分であるので追加した。
- (2) Stokey N. L. [7] pp.4-7.
- (3) 無差別曲線を示す $\frac{V_c(C)}{H_p(P)}$ と $\phi_z(z)$ を使ってN.L. ストーキーは作図をし、家計の効用を最大にする最



適な消費と汚染の関係を示している。

- (4) corner solutionを境界解またinterior solutionを内点解という訳については西村和雄 [10] 77頁による。
- (5) なお、潜在生産物を増加させるためには現実の生産物を消費だけでなく投資にもまわさねばならず、投資を含めた動学分析を行う必要がある。だが本稿ではこの動学分析を行わず、ただ潜在生産物が増加したとしたときの現実の生産物である消費と汚染の動きを分析する比較静学分析にとどまっている。
- (6) Stokey N. L. [7] pp.7-8.
- (7) McConnel, K. E. [6] pp.389-391.
- (8) (2.5) の  $-x$  は自然の浄化力のような正の消費でのゼロの汚染を可能にしており、第1節での汚染関数との相違点にもなっている。
- (9) Lieb, C. [5] p.131.
- (10) Lieb, C. [5] pp.107-108.
- (11) Lieb, C. [5] pp.118-119.
- (12) 小山昭雄著 [9] 491-492頁、西村清彦 [11] 86頁より導出。
- (13) Lieb, C. [5] pp.119.
- (14) Vogel, M. P. [8] p.45.
- (15) Lieb, C. [5] pp.120.
- (16) Lieb, C. [5] pp.117.
- (17)  $MRT$  を求めると、 $Y = C + A$  でありまた  $MRT = P_C - P_A$  であるので、(2.7) と (2.9) から次のようになる。

$$MRT = (A + C)^{-\beta} C^{\beta-1} (\beta A + C) - (1 - \beta) C^{\beta} (C + A)^{-\beta} = \beta C^{\beta-1} Y^{1-\beta} > 0$$

このことから  $MRT$  は (2.45) での第1次微分に等しい。

- (18)  $MRT$  の  $C$  による第2次微分を求めると次のようになる。

$$\frac{d^2 MRT}{dC^2} = \frac{d(P_C - P_A)_{Y=\text{一定}}}{dC} = P_{CC} + P_{CA} \frac{dA}{dC} - P_{AC} - P_{AA} \frac{dA}{dC}$$

消費可能性曲線では生産物が一定であるので、 $dA = -dC$  になる。(2.8)、(2.10) および (2.11) と  $Y = C + A$  であることから第2次微分は正であり、(2.45) の第2次微分に等しい。

$$\frac{d^2 MRT}{dC^2} = P_{CC} - 2P_{AC} + P_{AA} \quad \frac{d^2 MRT}{dC^2} = \beta(\beta - 1)Y^{1-\beta}C^{\beta-2} > 0$$

- (19) Lieb, C. [5] pp.121-122.
- (20) Lieb, C. [5] pp.131-134.
- (21) Andreoni, J. and A. Levinson [1] は汚染関数  $P = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} Y - \left( \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)^{\alpha} \left( \frac{\beta}{\alpha + \beta} \right)^{\beta} Y^{\alpha + \beta}$  を導出した。この汚染関数を使って、比較静学分析において、 $\alpha + \beta > 1$  つまり技術進歩でないが、汚染関数が収穫逓増であると、生産物  $Y$  と汚染  $P$  の間で環境クズネッツ曲線の現象が発生することを明らかにした。
- (22) 小山昭雄 [9] 491-492頁、西村清彦 [11] 86頁

## 参考文献

- [1] Andreoni, James and Arik Levinson, "The Simple Analytics of the Environmental Kuznets Curve," *Journal of Public Economics*, Vol.80, No.2, 2001, May, pp.269-286.
- [2] Grossman, Gene M. and Alan B. Krueger, "Environmental Impacts of a North American Free Trade Agreement," in P. Garber (ed): *The US-Mexico Free Trade Agreement*, The MIT Press, 1993, pp.13-57.
- [3] Grossman, Gene M. and Alan B. Krueger, "Economic Growth and the Environment," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.110, Issue2, 1995, May, pp.353-377.
- [4] Kuznets, Simon, "Economic Growth and Income Inequality," *American Economic Review*, Vol.45, 1955, pp.1-28.
- [5] Lieb, Christoph, *Possible Causes of the Environmental Kuznets Curve: A Theoretical Analysis*, Peter Lang, 2004.
- [6] McConnell, Kenneth E., "Income and the Demand for Environmental Quality," *Environment and Development Economics*, Vol.2, Part4, 1997, October, pp.383-399.
- [7] Stokey Nancy L., "Are There Limits to Growth," *International Economic Review*, Vol.39, No.1, 1998, February, pp.1-30.
- [8] Vogel, Michael P., *Environmental Kuznets Curves: A Study on the Economic Theory and Political Economy of Environmental Quality Improvements*, Springer, 1999.
- [9] 小山昭雄著『経済数学教室 6 微分積分の基礎下』岩波書店、1995年。
- [10] 西村和雄著『ミクロ経済学』東洋経済新報社、1990年。
- [11] 西村清彦著『経済学のための最適化理論入門』東京大学出版会、1990年。

なお本稿は夏目 隆神戸大学名誉教授の御指導による研究会を通じて作成したものであり、先生の御指導に深く感謝致します。また三重短期大学卒業生服部泰貴君にはワープロ入力を手伝っていただき、御礼申し上げます。